Systèmes logiques combinatoires
– exercices –

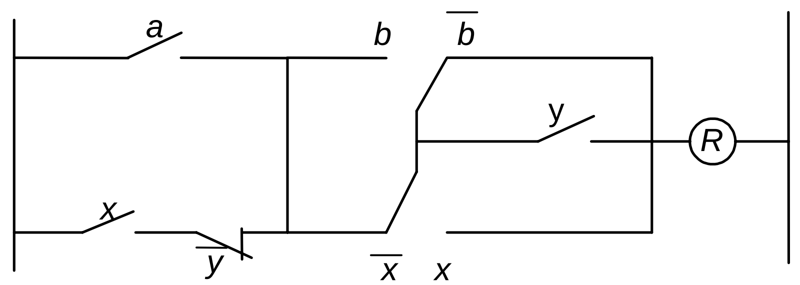
Exercice n°1

Considérons la fonction booléenne : $y=\left(\overline{a+b}\right)+\left(\overline{a.\bar{b}}\right)c$

1 - Représenter y par un tableau de Karnaugh.
2 - Simplifier l'expression par la méthode de Karnaugh.
3 - Donner l'équation de $\bar{y}$ en prenant le regroupement des cases à 0 dans le tableau.
4 - Complémenter $\bar{y}$ (pour retrouver y) en appliquant les théorèmes de De Morgan (on obtient une forme normale en $\prod$).
5 - Donner le schéma à réseau à contacts.
6 - À partir des formes canoniques en $\sum$ et $\prod$, et en utilisant les propriétés de transformation, donner les logigrammes en utilisant exclusivement des opérateurs NAND pour l'un et NOR pour l'autre.

Exercice n°2 circuit électrique

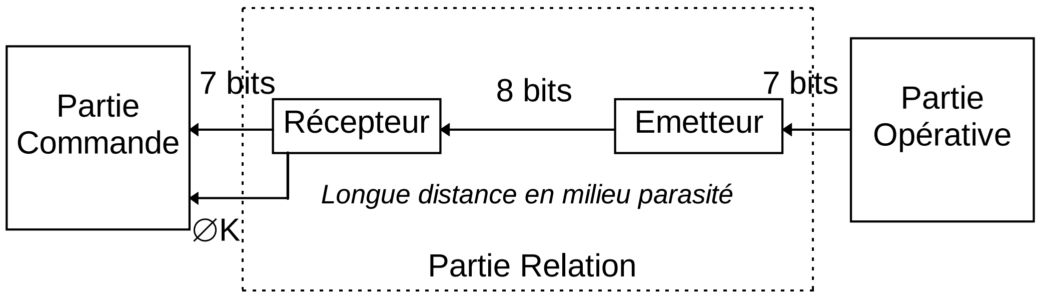
On donne le schéma à réseau de contacts suivant :



1 - Déterminer la fonction $R=f(a,b,x,y)$.
2 - Ce schéma est un sous-ensemble de l'automatisme d'une machine conçue il y a plusieurs années. On désire en reconstruire un exemplaire utilisant une technologie électronique faisant appel exclusivement à des opérateurs NAND. En donner le logigramme.

Exercice n°3 probabilité d'erreur

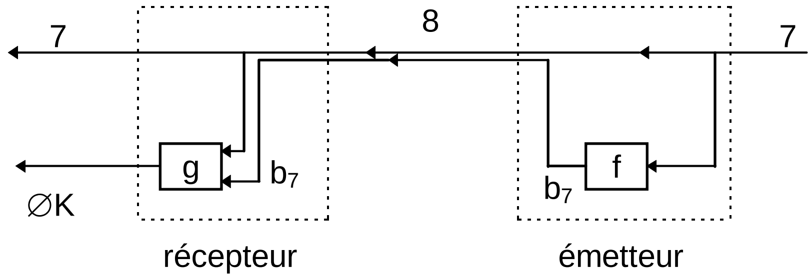
Une partie opérative (PO) informe de son état une partie commande (PC) sous forme d'un ensemble de 7 bits : $b_6\ b_5\ b_4\ b_3\ b_2\ b_1\ b_0$, chacun signifiant, par exemple, qu'un contact est actionné ou non, qu'un mouvement est terminé etc. Comme il y a une grande distance, dans un milieu parasité, entre la PO et la PC, on décide d'intercaler une partie relation (PR) assurant la transmission.
Celle-ci transmettra un 8ème bit redondant, dit « bit de parité », car il sera positionné à 0 ou 1 afin que le nombre total de bits à 1 (y compris celui de parité) soit toujours pair ou nul.



A la réception, un circuit combinatoire délivrera un signal $\varnothing K = 1$ si le nombre total de bits à 1 est pair et 0 dans le cas contraire.

1 - Si la probabilité qu'un bit soit mal transmis (0 au lieu de 1 et réciproquement) vaut p et en supposant qu'il s'agisse d'événements indépendants (hypothèse audacieuse !) quelle est la probabilité pour qu'un état erroné soit transmis à la PC sans que le signal ∅K passe à 0 ?

2 - Déterminer la fonction $b_7 = f(b_6, b_5, ..., b_0)$. Cette fonction doit être réalisée par l'émetteur. A l'arrivée, le récepteur doit élaborer une fonction booléenne $\varnothing K = g(b_7, b_6, b_5, ..., b_0)$. Déterminer cette fonction *g*.



Exercice n°4 fonction logique

Soit la fonction : $z(a,b,c) = \sum(0,1,2,5)$.

1 - En donner sa forme algébrique.
2 - La complémenter en utilisant le théorème de De Morgan et en donner sa forme numérique $\prod(...)$.
3 - La complémenter directement à partir de la forme numérique $\overline{\sum(...)} \rightarrow \prod(...)$ (comparer avec 2 -)
4 - Donner la forme en Σ de $\overline{z}$.

Exercice n°5 logigramme

1 - Exprimer l'opérateur ET dans la base {OU, NON} avec un logigramme.

2 - Exprimer l'opérateur OU dans la base {ET, NON} avec un logigramme.

Exercice n°6 fonctions logiques

1 - Réaliser la fonction $f(a,b,c,d)=\overline{\bar{a}+\bar{b}}+\bar{c}d$ à l'aide d'opérateurs NAND

2 - Réaliser la fonction $g(a,b,c,d)=\overline{(a+b)}\bar{c}+\overline{b\bar{c}d}$ à l'aide d'opérateurs NOR

Exercice n°7 capteur angulaire

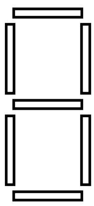
Sur le banc expérimental d'un moteur thermique, l'ouverture du papillon des gaz du carburateur est observée par un codeur absolu à codage GRAY. L'angle de rotation du papillon, variant de 0 à 90° est mesuré directement par le capteur numérique sur 12 bits.

1 - Donner la résolution angulaire du système ainsi que le nombre de bits utiles pour l'application.

2 - Sachant que la carte d'acquisition ne possède que des entrées sur des mots de 8 bits, donner la représentation angulaire du mot contenant les bits de poids fort.

Exercice n°8 afficheur 7 segments

Un calcul numérique est fait sur 4 bits, le résultat est présenté à l'aide d'un afficheur 7 segments.



Donner les relations de passage simplifiées permettant la visualisation du calcul.

Exercice n°9 fonctions logiques

Simplifier les expressions $f_1=(a+b)\bar{c}+bc\bar{d}+\overline{a(c+d)}+(b+d)$ et $f_2=\overline{ab\bar{c}}\,\overline{\bar{b}cd}$

Exercice n°10 numération

Effectuer en hexadécimal l'addition de $(439B)_{16}$ et $(7AEC)_{16}$
Effectuer en octal le produit de $(65)_8$ et $(72)_8$

Exercice n°11 codage de l'information

Coder les nombres décimaux $(92)_{10}$ et $(7904)_{10}$, en binaire naturel, en code DCB et en code 3 parmi 5.

Exercice n°12 fonction ou exclusif

Soit x, y et z, trois variables binaires telles que $z = x \oplus y$. Démontrer les deux égalités suivantes :

1 - $y = x \oplus z$,

2 - $x \oplus y \oplus z = 0$.

Exercice n°13 fonctions logiques

On souhaite réaliser un système qui, à partir de deux chiffres décimaux *X* et *Y* codés en binaire, fournisse un code binaire de la multiplication de *X* par *Y*. Quel est le nombre minimum de fonctions binaires que ce système doit comporter ?

Exercice n°14 tableaux de Karnaugh

Trouvez la plus simple expression de la fonction *F* suivante en utilisant la méthode de Karnaugh.

a	b	c	d	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Exercice n°15 fonctions logiques

Simplifiez l'équation *F* suivante à l'aide du théorème de De Morgan et l'algèbre de Boole.

$$F = \overline{\overline{\overline{\left(\overline{\left(\overline{\bar{a}\cdot\bar{b}}\right)+\bar{c}}\right)+\left(\overline{a+\left(\overline{b\cdot c}\right)}\right)}\cdot\left(\overline{\bar{b}\cdot c}\right)}}$$

Exercice n°16 tableaux de Karnaugh

Donner les équations logiques simplifiées à partir des tableaux de Karnaugh ci-après :

DC \ BA	00	01	11	10
00	1			
01	1		1	
11	1			1
10	1			

FP \ XV	00	01	11	10
00				1
01		1	1	1
11		1	1	
10				

DC \ BA	00	01	11	10
00	1	1		1
01	1	1		1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Exercice n°17 fonctions logiques

Simplifier les expressions suivantes :

1 - $F_1(a,b,c) = a\cdot b\cdot\bar{c} + a\cdot b\cdot c + \bar{a}\cdot c + a\cdot\bar{b}\cdot c + \bar{b}\cdot c$

2 - $F_2(a,b,c,d) = \bar{a}\cdot d + b\cdot c + a\cdot b\cdot d + a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} + \bar{a}\cdot b\cdot\bar{c}\cdot\bar{d}$

Exercice n°18 schéma logique

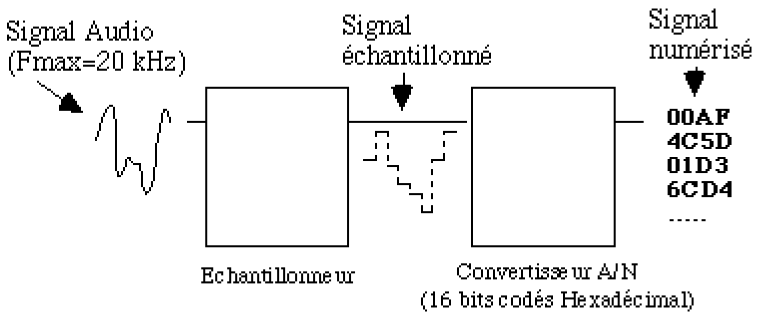
Dessiner le schéma logique de la sortie *F* en utilisant seulement des portes NAND.

C	B	A	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Exercice n°19 cd rom

Lorsqu'on souhaite enregistrer un signal analogique sous forme numérique, deux opérations sont nécessaires : l'*échantillonnage* du signal d'entrée puis la *conversion* de ces échantillons sous forme numérique à l'aide d'un convertisseur analogique/numérique.

Si le spectre de fréquence du signal d'entrée est nul au delà d'une fréquence f_{max}, l'échantillonnage doit avoir lieu à une cadence telle que l'intervalle de temps τ_E séparant deux échantillons respecte la relation : $\tau_E > \frac{1}{2f_{max}}$ (théorème de Shannon).



1 - Calculer l'intervalle de temps τ_E nécessaire pour échantillonner un signal audio (20Hz -20kHz). Si on appelle $f_E = \frac{1}{\tau_E}$, la cadence d'échantillonnage, que vaut f_E dans ce cas ? Quelle est la relation entre f_E et f_{max} ? Dans la pratique on adopte souvent $f_E = 4f_{max}$; on conservera cette relation pour la suite de l'exercice.

2 - On convertit ensuite chaque échantillon sur 16 bits. Combien de valeurs différentes peut-on ainsi coder ? Exprimer ce nombre en dB.

3 - La plupart des lecteurs de « disque laser » du commerce annoncent des rapports signal/bruit supérieurs à 95 dB ; Conclure.

4 - Quel sera le débit nécessaire en octet pour convertir un signal audio dans les conditions décrites plus haut ?

5 - Quelle durée maximum pourra avoir un morceau de musique enregistré de manière standard sur CD ROM (capacité de stockage standard 600 Megaoctets) ?

Exercice n°20 transcodage décimal, binaire, hexadécimal et BCD

Remplir le tableau suivant :

Décimal	Binaire	Hexadécimal	BCD
35			
	1101001		
		3E	
			10000101

Exercice n°21 calculs en binaire

Effectuer les opérations suivantes en binaire

$$\begin{array}{r} 1111111 \\ +\ \ 111111 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1111110 \\ -\ \ 111111 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1111 \\ *\ \ 111 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 101100 & \underline{100} \\ & \end{array}$$

Quelques éléments de réponse

Exercice 1 : 2 - $y=\overline{a}\cdot\overline{b}+b\cdot c$

3 - $\overline{y}=a\cdot\overline{b}+b\cdot\overline{c}$

6 - $y=\overline{\overline{(\overline{a}\cdot\overline{b})}\cdot\overline{(b\cdot c)}}$, $y=\overline{\overline{(\overline{a}+b)}+\overline{(\overline{b}+c)}}$

Exercice 2 : 1 - $R=a\cdot\overline{x}\cdot y+a\cdot\overline{x}\cdot\overline{b}+a\cdot b\cdot y+a\cdot b\cdot x+b\cdot x\cdot\overline{y}$

2 - $R=\overline{\overline{(a\cdot\overline{x}\cdot y)}\cdot\overline{(a\cdot\overline{x}\cdot\overline{b})}\cdot\overline{(a\cdot b\cdot y)}\cdot\overline{(a\cdot b\cdot x)}\cdot\overline{(b\cdot x\cdot\overline{y})}}$

Exercice 4 : 1 - $z=\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}+\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c+\overline{a}\cdot b\cdot\overline{c}+a\cdot\overline{b}\cdot c$

2 - $\overline{z}=\prod(0,1,2,5)$

3 - $\overline{z}=\sum(3,4,6,7)$

Exercice 7 : 1 - 10 bits

Exercice 9 : $f_1=\overline{a}+b+\overline{c}+d$, $f_2=\overline{a}+c\cdot\overline{d}+\overline{b}\cdot\overline{c}+b\cdot c$

Exercice 10 : $(BE87)_{16}$, $(6002)_8$

Exercice 11 : $(92)_{10}=(1011100)_2=(10010010)_{DCB}$,

$(7904)_{10}=(1111011100000)_2=(0111100100000100)_{DCB}$

Exercice 13 : 6 ou 7

Exercice 14 : $F=b\overline{c}+b\overline{d}+a\overline{c}d+\overline{a}\overline{c}\overline{d}$

Exercice 15 : $F=\overline{c}+ab$

Exercice 16 : $S_1=\overline{A}\overline{B}+ABC\overline{D}+\overline{A}CD$, $S_2=PV+\overline{F}X\overline{V}$, $S_3=\overline{A}+\overline{B}+D$

Exercice 17 : $F_1=a\cdot b+c$, $F_2=b+\overline{a}\cdot d$