



**Université de Versailles Saint-Quentin**

**TD Electronique Systèmes  
L3 Si134  
Licence Sciences pour l'Ingénieur**

**2004-2005**

**Enseignant : Luc Chassagne**

**Mots clés : Amplification – Bande passante – Filtrage – CNA/CNA – Modulation**

## Amplification – Bande passante

### Exercice 1 :

On veut réaliser un système ayant une amplification d'au moins 52 dB sur une bande de fréquence  $0 \rightarrow 100$  kHz minimum. Pour cela on dispose d'AOPs ayant la caractéristique suivante :

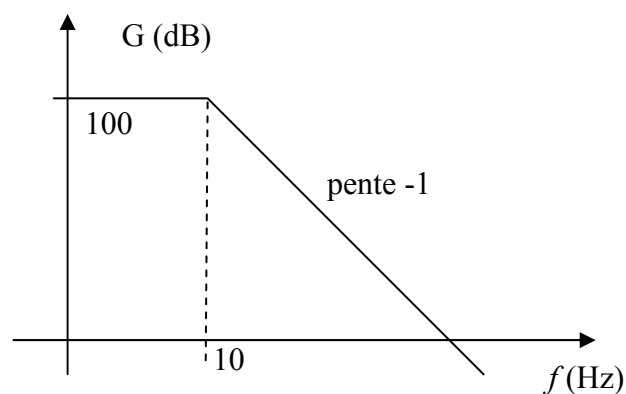


Figure 1

Combien d'amplificateurs est-il nécessaire d'utiliser ?

### Exercice 2 :

1 – Considérons le montage RC passif de la Figure 2 :

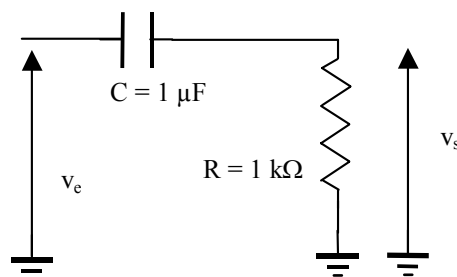


Figure 2

Calculer la fonction de transfert et représenter son diagramme de Bode asymptotique de gain et de phase.

2 – Considérons maintenant le montage dérivateur actif ( $r \ll R$ ) :

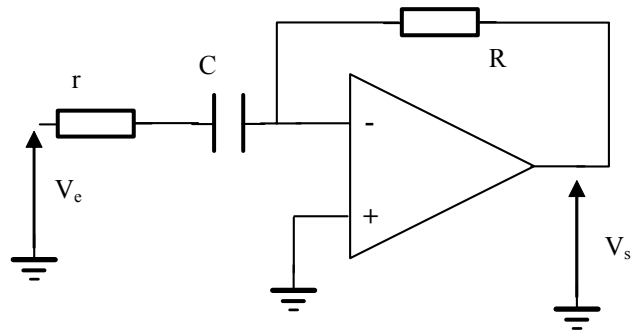


Figure 3

Dans un premier temps, calculer la fonction de transfert et tracer son diagramme de Bode en gain. Dans un deuxième temps, montrez que ce montage effectue bien une dérivation du signal d'entrée sous certaines conditions que l'on précisera. Pour cela on négligera  $r$ .

### Exercice 3 :

Soit le montage amplificateur à charge répartie de la Figure 4 :

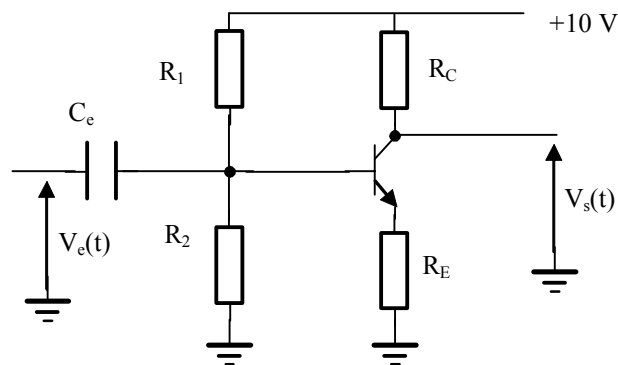


Figure 4

On prendra les valeurs :  $R_1 = 9 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_E = 100 \text{ }\Omega$ ,  $R_C = 1 \text{ k}\Omega$  et  $C_e = 10 \text{ nF}$ . On supposera  $\beta$  très grand.

1 – Calculer l'amplification de ce montage. Montrez qu'il existe une fréquence de coupure basse et que le montage se comporte comme un passe haut. Vérifier que cette fréquence de coupure est inférieure à 140 kHz.

2 – On considère maintenant que le transistor n'est pas parfait et a les capacités parasites suivantes :  $C_{be} = C_{ce} = C_{bc} = 30 \text{ pF}$ . Quelle est la bande d'amplification réelle ?

#### Exercice 4 :

On dispose d'un signal issu de l'enregistrement d'une voie par un microphone. Le spectre audible s'étend de 20 Hz pour les fréquences les plus graves, à 20 kHz pour les fréquences les plus aiguës. Ce signal doit être transmis sur une ligne téléphonique qui a une bande passante plus restreinte. On veut donc effectuer un filtrage pour ne garder que les fréquences correspondant au spectre de la voie et compatible avec la norme téléphonique. Pour cela, on utilise le filtre représenté Figure 5 :

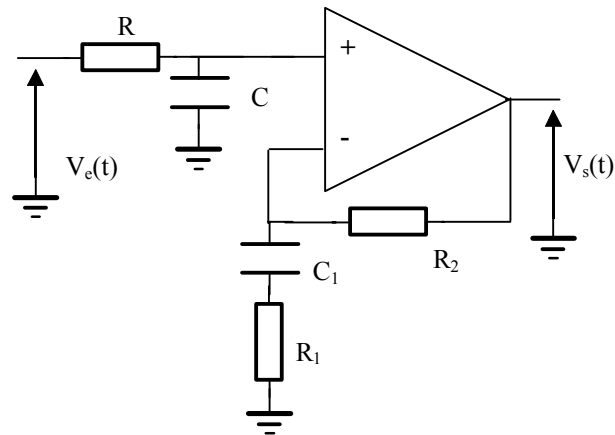


Figure 5

- 1 – Calculer la fonction de transfert du montage ci-dessus.
- 2 – Tracer le diagramme de Bode en gain correspondant. En déduire la bande passante téléphonique si  $R = 470 \Omega$ ,  $C = 0,1 \mu\text{F}$ ,  $C_1 = 1 \mu\text{F}$ ,  $R_1 = 530 \Omega$ ,  $R_2 = 7,5 \text{ k}\Omega$ .

## Filtrage

### Exercice 1 :

Soient les cahiers des charges des filtres suivants :

- a) Passe bas : Gain minimum dans la bande passante = 20 dB ; gain maximum dans la bande passante = 22 dB ; gain dans la bande de coupure = -20 dB ; fréquence de coupure à -3 dB = 10 MHz ; fréquence de la bande d'atténuation = 30 MHz,
- b) Passe haut : Gain minimum dans la bande passante = 20 dB ; gain maximum dans la bande passante = 22 dB ; gain dans la bande de coupure = -40 dB ; fréquence de coupure à -3 dB = 30 MHz ; fréquence de la bande d'atténuation = 10 MHz,
- c) Passe bande : fréquence centrale = 100 Mhz ; gain minimum dans la bande = 0 dB ; gain maximum dans la bande passante = 5 dB ; bande passante 200 kHz ; atténuation hors bande = 40 dB ; fréquence de la bande d'atténuation =  $f_0 \pm 400$  kHz.

1 – Représentez les gabarits puis les gabarits normalisés de ces trois filtres.

2 – Trouvez l'ordre nécessaire pour satisfaire les gabarits pour un filtre de Butterworth puis de Tchebychev (ondulation + 1 dB dans la bande).

3 – Pour le cas du passe-bas normalisé, donnez l'expression de sa fonction de transfert de Butterworth sous forme générique et sous forme de multiplication de cellule du premier et deuxième ordre. On vérifiera que les expressions sont bien équivalentes.

4 – En entrée de chacun de ces filtres, on injecte un signal sinusoïdal  $v_e(t) = V_0 \sin(\omega_0 t)$  avec  $V_0 = 1$  V et  $f_0 = 1$  MHz. Quelle est l'allure du signal en sortie de chacun des filtres ? Même questions si  $f_0 = 10$  MHz ; puis  $f_0 = 100$  MHz. Même question si cette fois-ci le signal est un signal carré (on ne fera pas d'étude quantitative précise, on ne demande que l'allure et les caractéristiques du signal).

### Exercice 2 :

Soient les fonctions de transfert suivantes :

$$H_1(p) = \frac{2}{p^2 + p + 2} \quad H_2(p) = \frac{10}{p^2 + 2p + 1} \quad H_3(p) = \frac{p}{p^2 + p + 1}$$
$$H_4(p) = \frac{4p^2}{p^2 + \sqrt{2}p + 1}$$

1 – Déterminer le type de filtre dont il s'agit pour chacune des fonctions en précisant les paramètres importants (fréquence(s) de coupure, gain, facteur d'amortissement).

2 – Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain et en phase pour chacune des fonctions.

### Exercice 3 :

Soit le schéma de la structure de Rauch représentée Figure 1 :

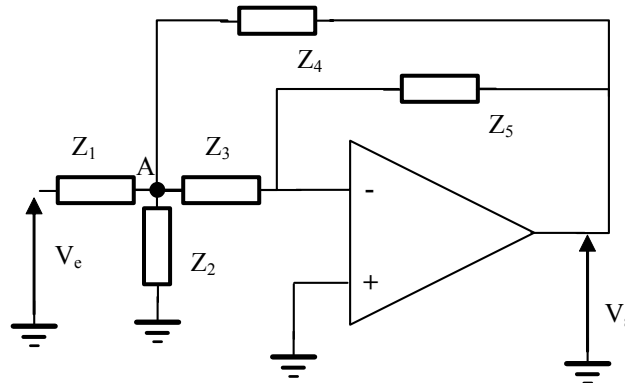


Figure 1

1 – Calculer la fonction de transfert associée.

2 – Discuter selon la nature des impédances du type de filtre dont il s'agit. Montrez que l'on peut réaliser un passe bas si  $Z_1 = Z_3 = Z_4 = R$ ,  $Z_2 = C_2$  et  $Z_5 = C_5$  ; un passe haut si  $Z_1 = Z_3 = Z_4 = C$ ,  $Z_2 = R_2$  et  $Z_5 = R_5$ . On n'examinera pas le cas du passe bande.

3 – AN :  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C_2 = 33 \text{ nF}$ ,  $C_5 = 7,5 \text{ nF}$ . Malheureusement, la valeur de capacité normalisée la plus proche pour  $C_5$  est  $6,8 \text{ nF}$ . Quelle(s) influence(s) cela a-t-il ?

Pour le passe haut, calculer les valeurs caractéristiques du filtre avec  $C = 33 \text{ }\mu\text{F}$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  et  $R_5 = 10 \text{ k}\Omega$ .

## Annexes TD Filtrage

- Coefficients des fonctions de Butterworth et Tchebychev,
- Abaques de détermination de n pour filtres de Butterworth et Tchebychev,
- Courbes des filtres du second ordre : réponses en fréquence module et phase, réponses impulsionnelle et indicielle,
- Courbes des filtres Butterworth : réponses en fréquence module et phase, réponses impulsionnelle et indicielle,
- Courbes des filtres tchebychev : réponses en fréquence module et phase, réponses impulsionnelle et indicielle.

**Coefficient des fonctions de Butterworth**  $F_n(p) = \frac{1}{\sum a_i p^i}$

Ordre	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
1	1	1					
2	1	$\sqrt{2}$	1				
3	1	2	2	1			
4	1	2,6131	3,4142	2,6131	1		
5	1	3,2361	5,2361	5,2361	3,2361	1	
6	1	3,8637	7,4641	9,1416	7,4641	3,8637	1

Ou bien :

Ordre	1/F <sub>n</sub> (p)
1	1 + p
2	1 + 1,414p + p <sup>2</sup>
3	(1 + p)(1 + p + p <sup>2</sup> )
4	(1 + 0,765p + p <sup>2</sup> )(1 + 1,848p + p <sup>2</sup> )
5	(1 + p)(1 + 0,618p + p <sup>2</sup> )(1 + 1,618p + p <sup>2</sup> )
6	(1 + 0,5176p + p <sup>2</sup> )(1 + 1,4142p + p <sup>2</sup> )(1 + 1,9319p + p <sup>2</sup> )

**Coefficient des fonctions de Techbychev (1 dB)**  $F_n(p) = \frac{1}{\sum a_i p^i}$

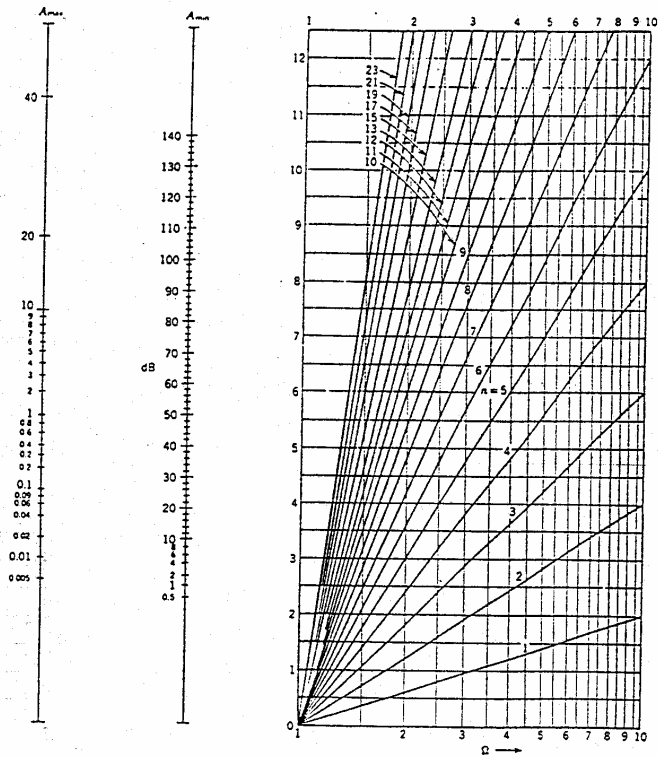
Ordre	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
1	1	1					
2	1	0,9957	0,907				
3	1	2,5206	2,0116	2,0353			
4	1	2,6942	5,2749	3,4568	3,628		
5	1	4,7264	7,933	13,75	7,6271	8,1415	
6	1	4,456	13,632	17,445	28,02	13,47	14,512

Ou bien :

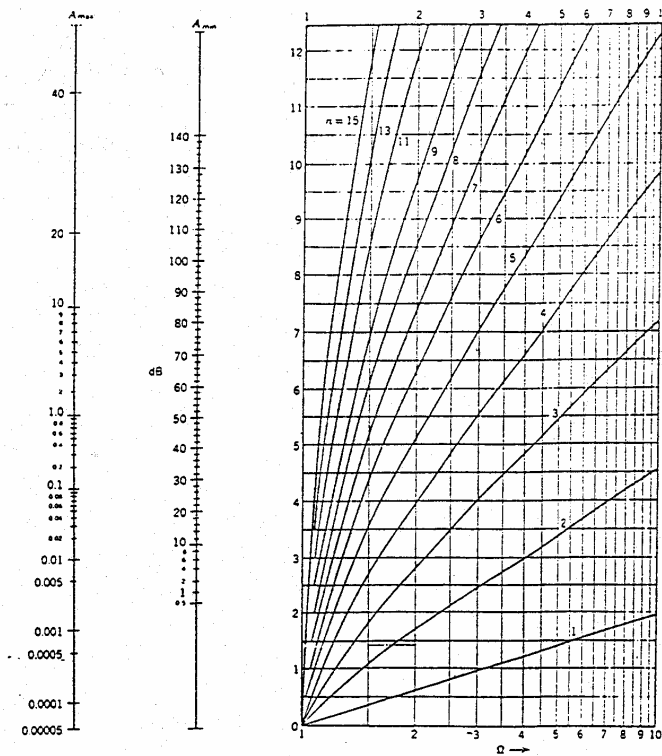
Ordre	1/F <sub>n</sub> (p)
1	1,969 + p
2	1,103 + 1,098p + p <sup>2</sup>
3	(0,494 + p)(0,994 + 0,494p + p <sup>2</sup> )
4	(0,987 + 0,279p + p <sup>2</sup> )(0,279 + 0,674p + p <sup>2</sup> )
5	(0,289 + p)(0,998 + 0,179p + p <sup>2</sup> )(0,429 + 0,468p + p <sup>2</sup> )
6	(0,991 + 0,124p + p <sup>2</sup> )(0,558 + 0,340p + p <sup>2</sup> )(0,125 + 0,464p + p <sup>2</sup> )

## Abaques pour la détermination de $n$ (utiles pour $n$ grand)

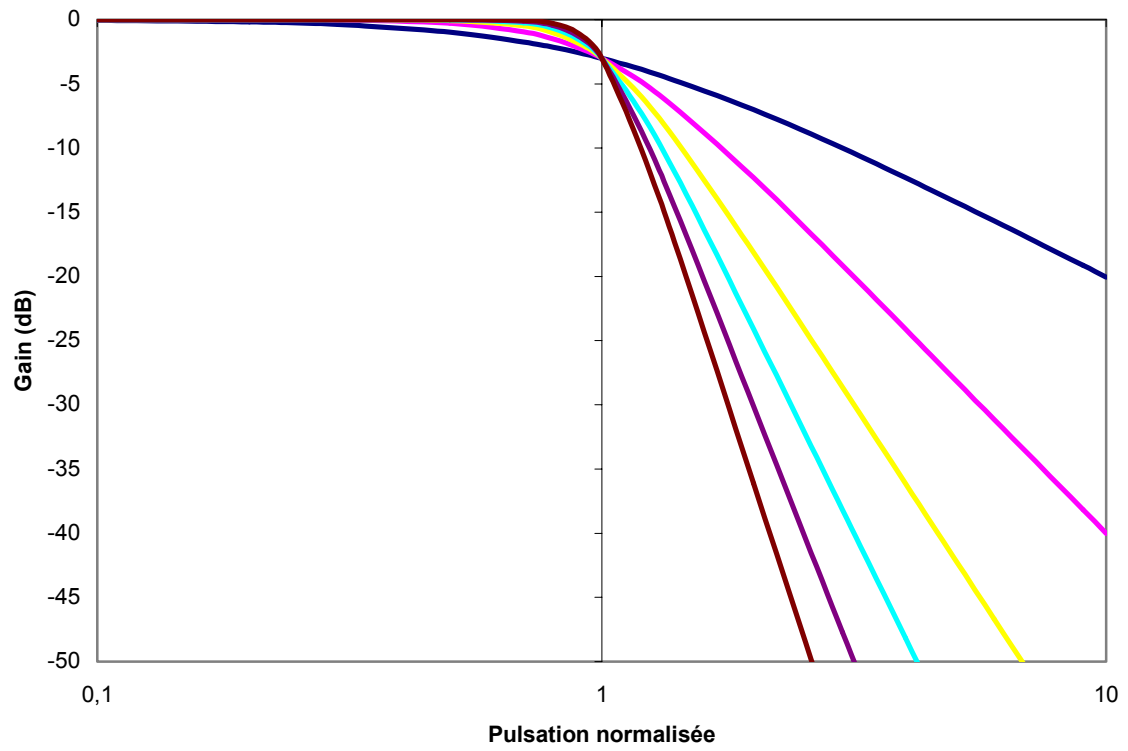
Butterworth



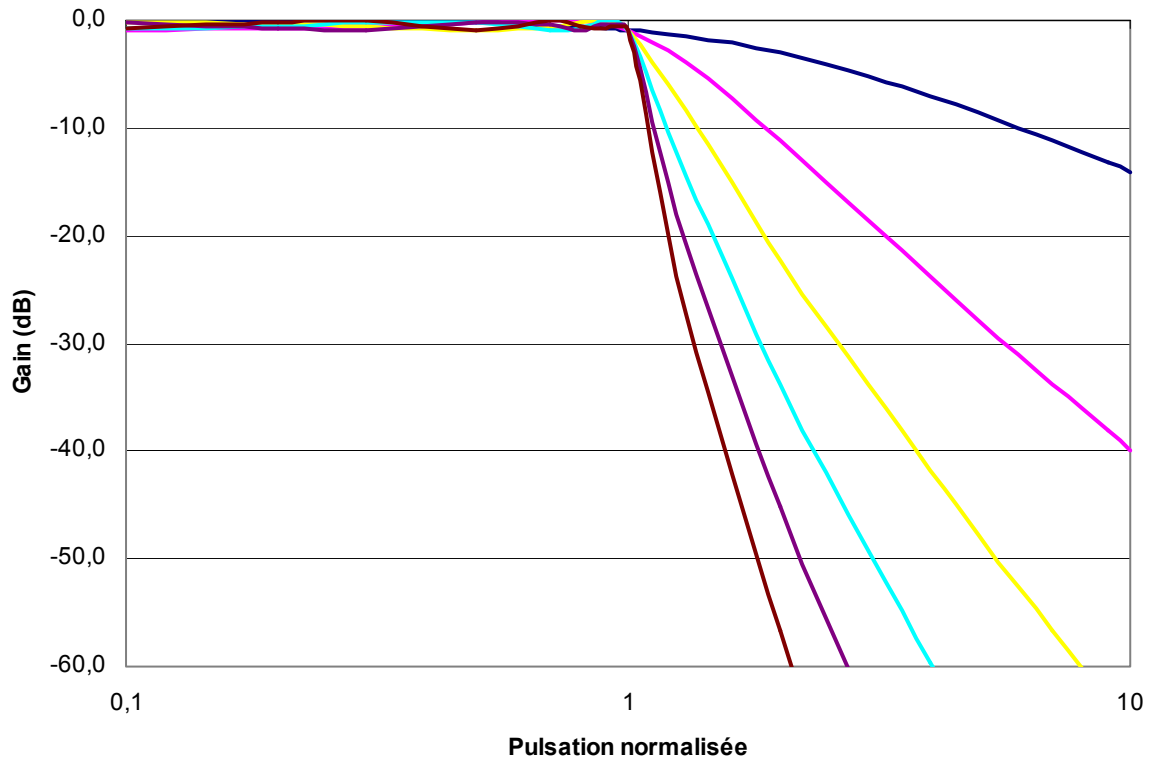
Tchebytchev



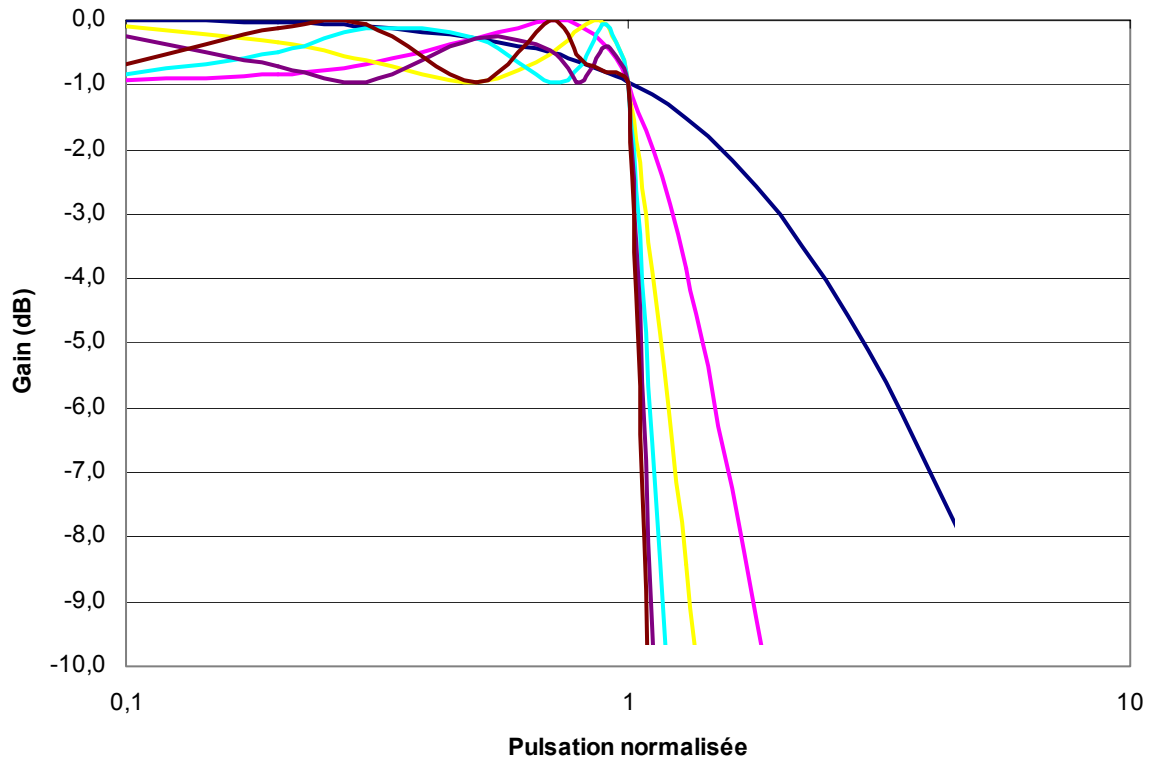
### Abaques : Filtres de Butterworth (n =1 à 6)



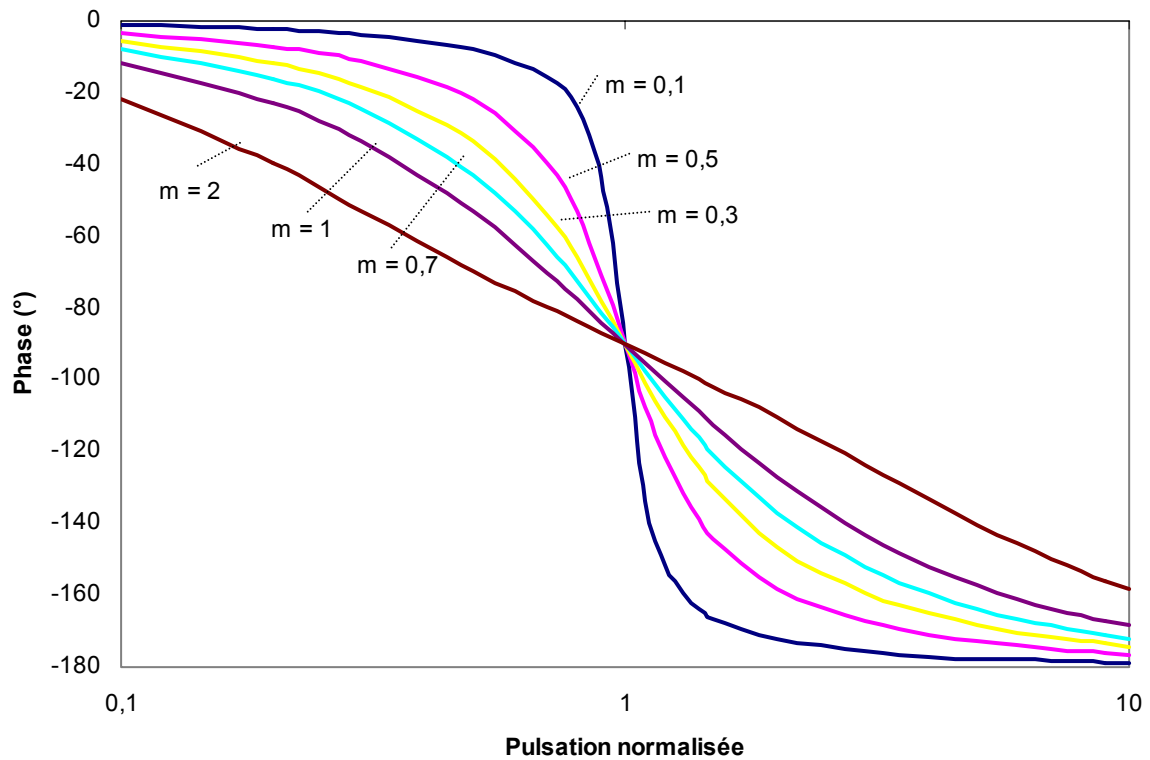
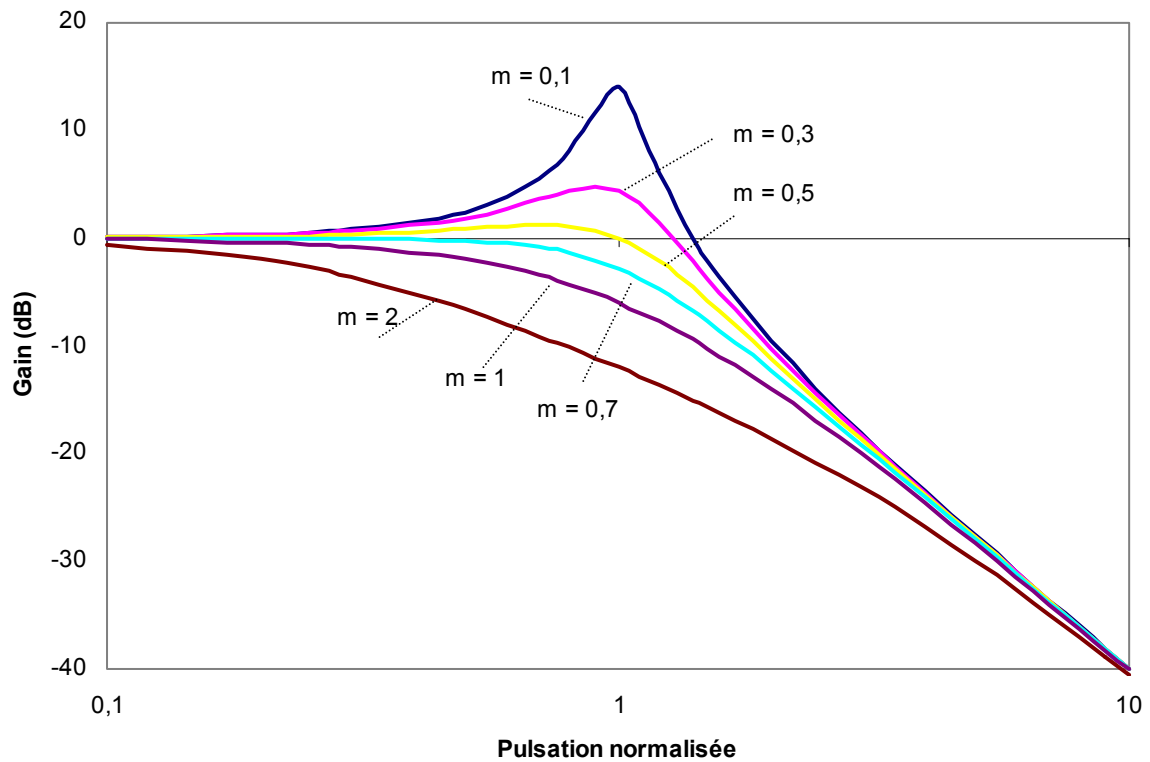
**Abaques : Filtres de Tchebychev (n =1 à 6)  
Ondulation dans la bande de 1 dB**



**Loupe sur l'ondulation dans la bande**



**Abaques : Filtres du second ordre**  
(Pulsation de coupure  $\omega_0 = 1$  ; gain statique  $H_0 = 1$ )



CAN-CNA

**Exercice 1 : Convertisseur Numérique-Analogique à réseau R/2R**

Soit le montage d'un convertisseur à réseau R/2R représenté Figure 1:

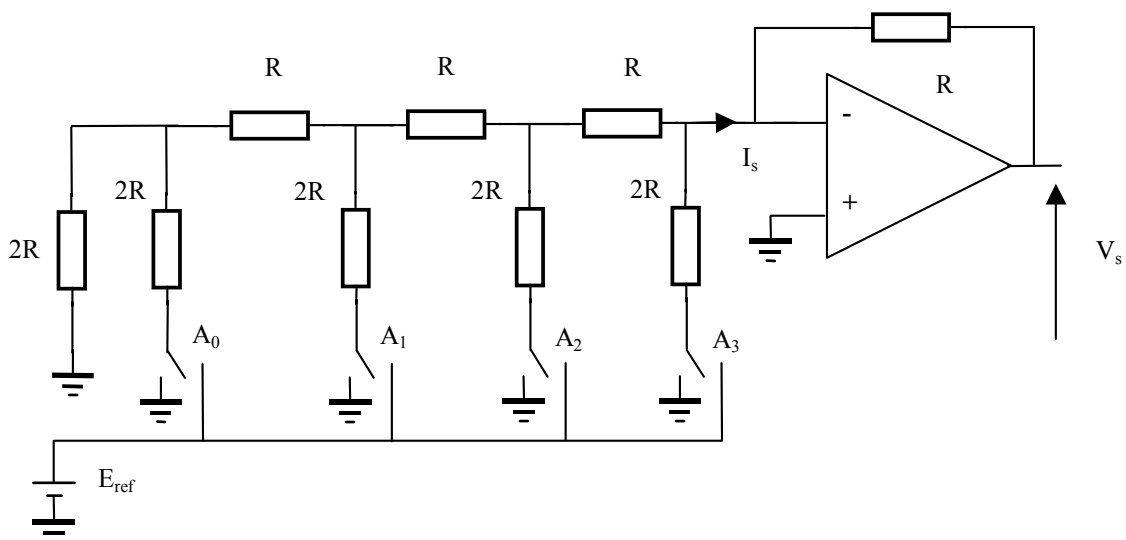
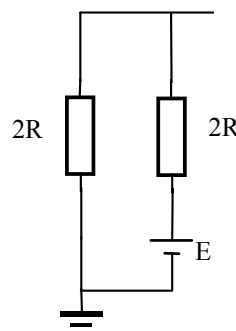


Figure 2 : CNA à réseau R/2R

Les interrupteurs  $A_i$  sont commandés par une logique de commande. Si  $A_i = 0$ , l'interrupteur  $i$  est à la masse ; si  $A_i = 1$ , l'interrupteur  $i$  est à  $E_{ref}$ .

1 – Calculer le générateur de Thévenin équivalent au circuit suivant :



2 – Calculer par superposition le courant  $I_s$  lorsque  $A_0=A_1=A_2=A_3=1$ .

3 – Calculer  $V_s$  en fonction de  $E_{ref}$  et des  $A_i$ .

Montrer que l'on a  $V_s = - \frac{E_{ref}}{2^4} (A_0+2.A_1+4.A_2+8.A_3)$ . On généralisera la formule à un convertisseur n bits.

4 – Pensez vous que ce type de convertisseur peut être lent ou rapide ?

### Exercice 2 : Convertisseur Analogique-Numérique à simple rampe

Soit le montage d'un intégrateur représenté Figure 2 :

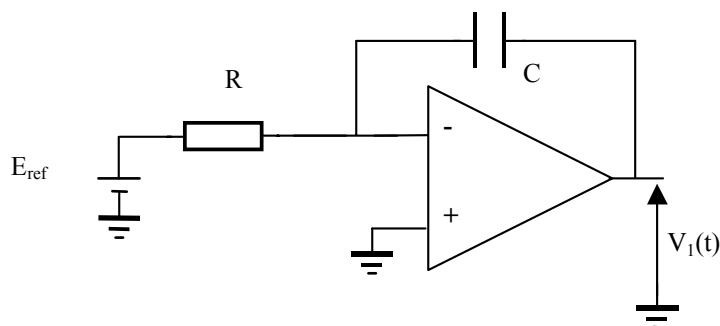


Figure 3 : Intégrateur

1 – Exprimez  $V_1(t)$  en fonction de  $E_{ref}$ , R, C et t.

2 – Ce montage intégrateur est inséré dans le schéma de la Figure 4 :

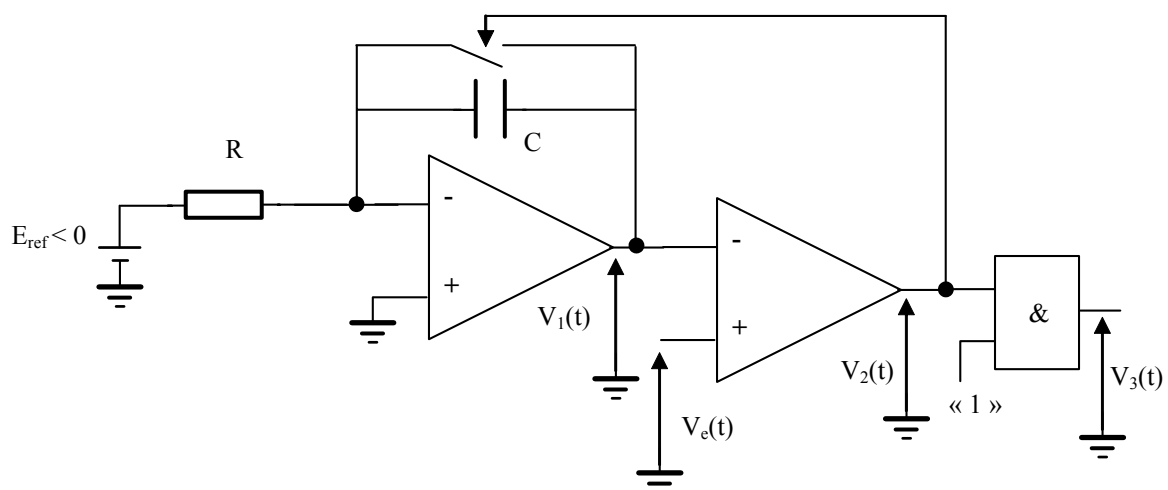


Figure 4 : Principe d'un convertisseur simple rampe

$E_{ref}$  est pris négatif et  $V_e(t)$  est égal à une tension continue  $E > 0$ , tension à convertir.  
L'interrupteur agit ainsi : si  $V_2 = + V_{sat}$  alors K est ouvert et si  $V_2 = - V_{sat}$  alors K est fermé et la capacité est déchargée quasiment instantanément.

Représenter  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  et  $V_3(t)$  sur des chronogrammes.

3 – On remplace maintenant le « 1 » logique sur la porte ET par une horloge de période  $T$ . On prend  $T$  très petite devant la constante de charge du condensateur.  
Représenter  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  et  $V_3(t)$  sur des chronogrammes.

4 – La sortie  $V_3(t)$  est envoyée vers un compteur numérique chargé de compter un nombre d'impulsions comme représenté sur la Figure 4 :

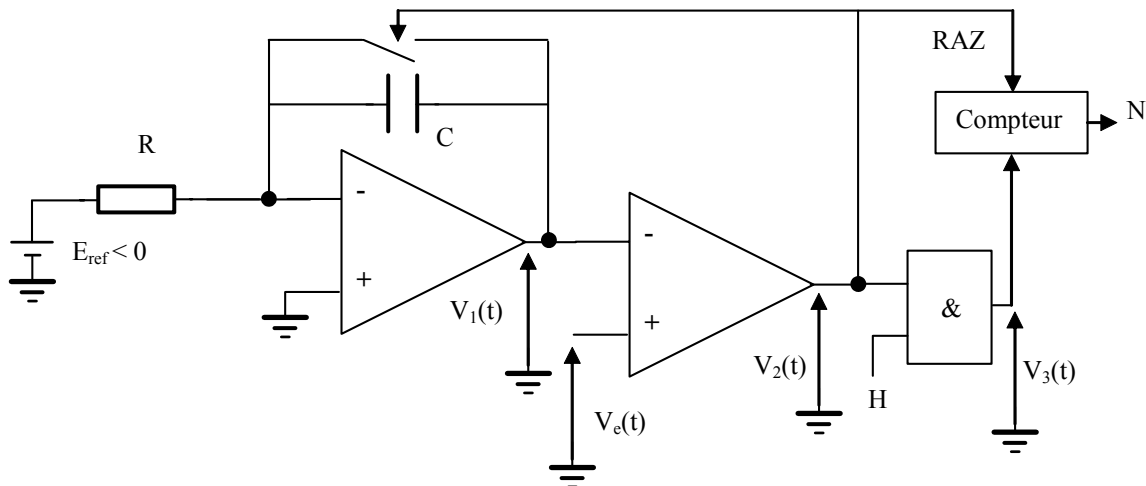


Figure 5 : Principe d'un convertisseur simple rampe

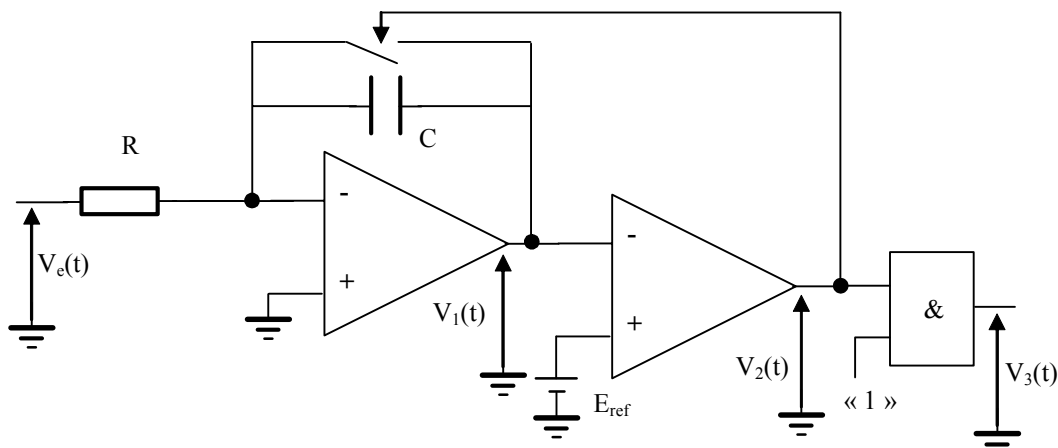
Le compteur est remis à zéro en parallèle à la fermeture de  $K$ .

Que représente  $N$  ? Exprimer  $E$  grâce à la formule de la première question, la période  $T$  et le nombre  $N$ . En déduire  $N = f(E)$ .

5 – Discutez de la précision de  $N$  selon les paramètres dont-il dépend.

### Exercice 3 : Convertisseur Analogique – Numérique du type Tension/Fréquence

Le principe du convertisseur tension-fréquence est très similaire au principe du convertisseur simple rampe étudié à l'exercice précédent. Le schéma de principe est représenté Figure 6 :



**Figure 6 : Schéma d'un CAN tension-fréquence**

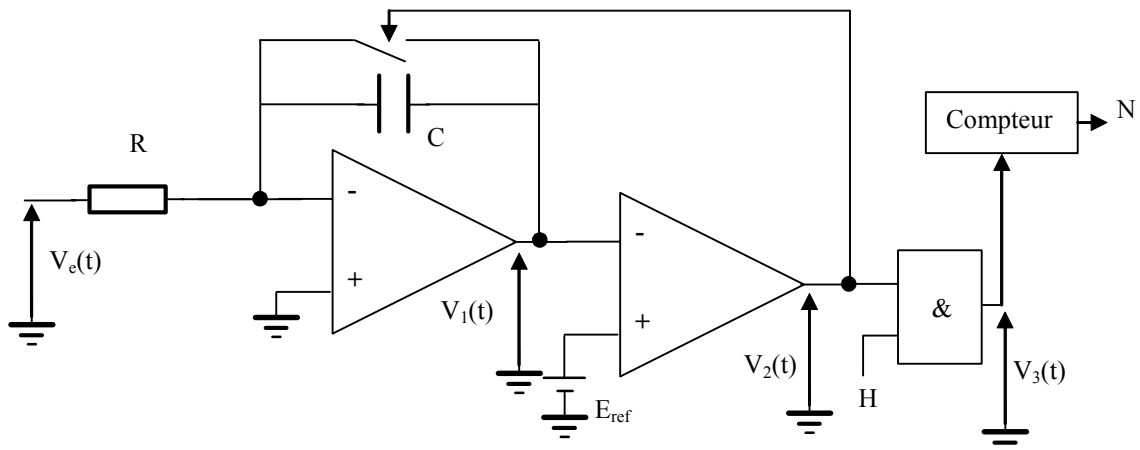
$E_{ref}$  est pris positif et  $V_e(t)$  est égal à une tension continue  $E < 0$ , tension à convertir.

L'interrupteur agit ainsi : si  $V_2 = + V_{sat}$  alors K est ouvert et si  $V_2 = - V_{sat}$  alors K est fermé et la capacité est déchargée quasiment instantanément.

1 – Représenter  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  et  $V_3(t)$  sur des chronogrammes.

2 – On appelle  $T_0$  le temps au bout duquel  $V_1(t)$  atteint  $E_{ref}$ . Exprimez E en fonction des paramètres de l'intégrateur, de  $E_{ref}$  et de  $T_0$ .

3 – On remplace maintenant le « 1 » logique sur la porte ET par une horloge de période T. On prend T très grande devant la constante de charge du condensateur. La sortie  $V_3(t)$  est envoyée vers un compteur numérique chargé de compter un nombre d'impulsions comme représenté sur la Figure 7 :



**Figure 7 : Comptage d'impulsions**

Le compteur est remis à zéro à chaque période de H.

Que représente N ? Exprimez N en fonction de T et de  $T_0$ .

4 – Exprimez N en fonction de E.

5 – Comparez au convertisseur simple rampe.

## Modulation - Démodulation

### Exercice 1 :

Le système de réception de la Figure 8 est utilisé :

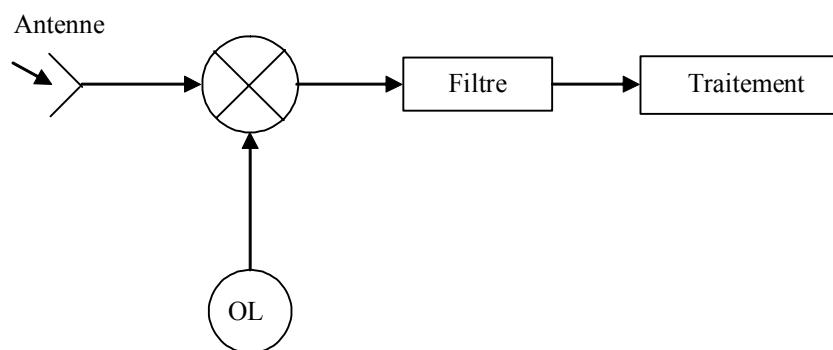


Figure 8 : Système de réception super-hétérodyne

L'onde reçue est du type  $v_e(t) = V_e \cos(\omega_e t + \phi_e)$ . Elle est multipliée par un signal issu d'un oscillateur local. La fréquence intermédiaire obtenue est filtrée puis envoyée vers un démodulateur.

1 – Dans un premier temps, l'oscillateur local est de type sinusoïdal  $v_o(t) = V_o \cos(\omega_o t + \phi_o)$ . Quelles sont les fréquences intermédiaires en sortie du mélangeur ? Représentez le spectre avant le filtre. Quelles sont les fréquences images ? Quels types de filtre peut-on mettre pour s'en affranchir et ne garder que l'information ?

2 – Dans un second temps, l'oscillateur local est de type carré, de fréquence  $f_0$  et d'amplitude  $V_o$  centré sur une valeur moyenne nulle. Mêmes questions que précédemment.

3 – Dans un troisième temps, l'oscillateur local est de type triangle, de fréquence  $f_0$  et de pente  $p_0$  centré sur une valeur moyenne nulle. Mêmes questions que précédemment.

4 – Dans un quatrième temps l'oscillateur local est de type dents de scie, de fréquence  $f_0$  et de pente  $p_0$  centré sur une valeur moyenne nulle. Mêmes questions que précédemment.

5 – Conclusions sur la forme d'onde de démodulation ? Quel est l'intérêt d'une détection hétérodyne ?

## Exercice 2 : Détection double superhétérodyne

Le principe d'une détection double superhétérodyne est donnée Figure 9. Il est constitué d'un double changement de fréquence. On considère l'onde reçue comme à l'exercice précédent, de type cosinusoidal. La fréquence de la porteuse est de 100 MHz, et la fréquence du signal BF utile qui module cette porteuse vaut 1 kHz.

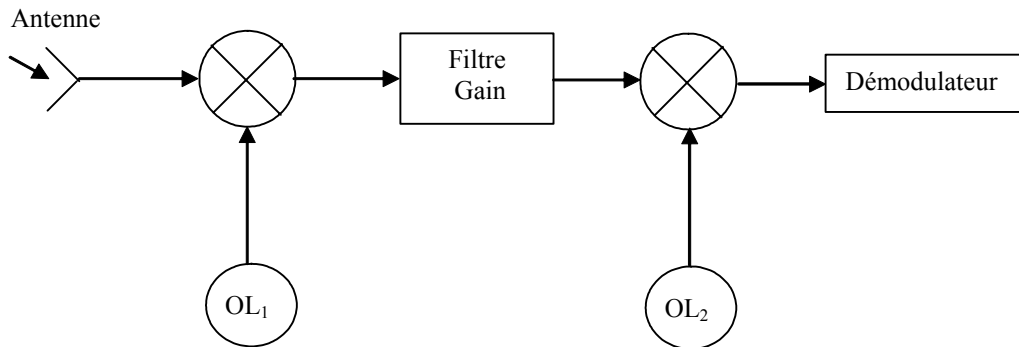


Figure 9 : Détection double hétérodyne

La fréquence du signal du premier oscillateur local est de 89,3 MHz ; la fréquence du deuxième oscillateur local vaut 10,245 MHz. Les deux oscillateurs sont de types cosinusoidal.

- 1 – Expliquez par des représentations spectrales les différents changements de fréquences. Calculez à chaque fois les fréquences intermédiaires et les fréquences images.
- 2 – Quel est le but/intérêt du double changement de fréquence ?

## Modulation-Démodulation d'amplitude

### Exercice 1 :

Un signal modulé en amplitude est représenté Figure 10. Il s'agit d'une modulation d'amplitude. Le signal porteur est à  $f_0 = 100$  kHz, le signal modulant est un signal sinusoïdal à 100 Hz.

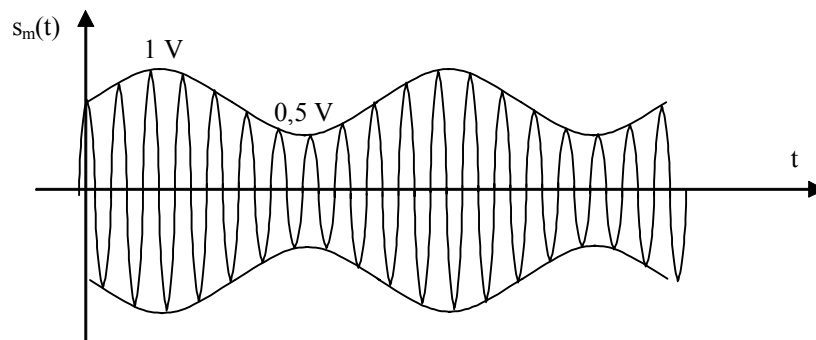
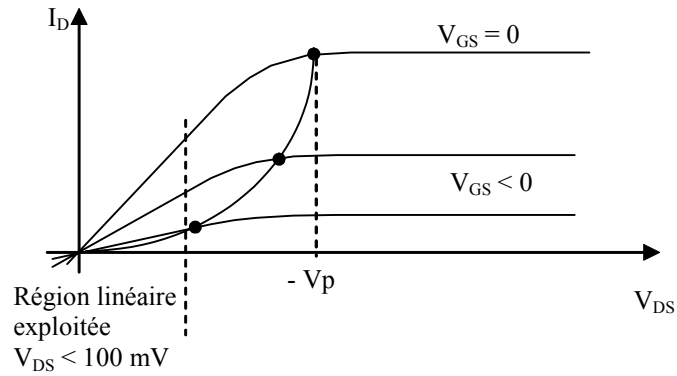


Figure 10 : Signal modulé

- 1 – Retrouvez l'expression de l'onde porteuse non modulée et de l'onde modulante. Quel est l'indice de modulation ?
- 2 – Représentez le spectre du signal modulé  $s_m(t)$ . Quelle est la bande de fréquence occupée ?
- 3 – Calculez la puissance contenue dans la porteuse (sur  $50\Omega$ ) ; la puissance contenue hors de la porteuse.
- 4 – Représentez l'allure du spectre si cette fois-ci le signal modulant est un signal carré.

### Exercice 2 :

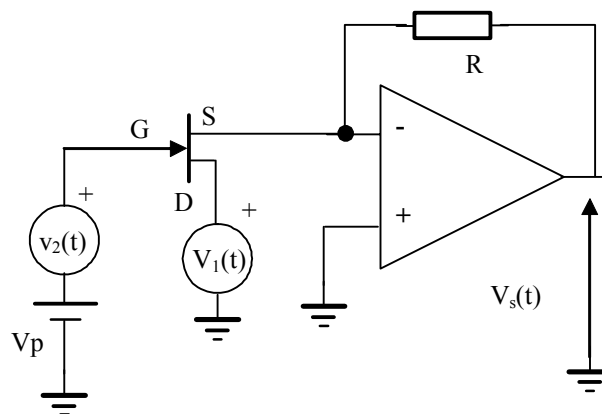
La Figure 11 rappelle le fonctionnement d'un transistor FET à canal N.



**Figure 11 : Transistor FET canal N**

Pour une tension  $V_{DS} < 100 \text{ mV}$ , la caractéristique présente une partie linéaire. On peut alors exprimer le courant  $I_D$  par  $I_D = G_0 \left(1 - \sqrt{\frac{V_{GS}}{V_P}}\right) V_{DS}$  où  $G_0$  est la conductance initiale du canal.

On inclue un transistor dans le montage de la Figure 12.



**Figure 12 : Modulateur à FET**

$v_1(t)$  est la porteuse de forme sinusoïdale et  $v_2(t)$  le signal BF modulant. On considère que l'amplitude de  $v_2(t)$  reste toujours très inférieure à  $|V_p|$ .

1 – Exprimez les tensions  $V_{DS}$  et  $V_{GS}$ .

2 – Exprimez le courant  $I_D$  et ses variations en petits signaux  $i_D$ , c'est-à-dire pour  $v_2(t) \ll |V_p|$ .

3 – Exprimez la tension  $v_s(t)$  et montrez que l'on réalise bien la multiplication entre le signal porteur et le signal BF modulant. On mettra  $v_s(t)$  sous la forme  $K \cdot v_1(t) \cdot v_2(t)$ .

4 – De quelle type de modulation s'agit-il ?

### Exercice 3 : Récepteur de signaux horaires DCF 77

DCF 77 est le nom d'un émetteur situé en Allemagne. Il émet en permanence des signaux horaires qui donnent l'heure en temps réel. Le codage est une modulation d'amplitude par diminution de porteuse.

Une porteuse sinusoïdale à 77,5 kHz est utilisée. A chaque seconde, son amplitude est réduite au  $\frac{3}{4}$  pendant un laps de temps  $\tau$ . Si  $\tau$  vaut 100 ms, l'information est un « 0 » logique ; si  $\tau$  vaut 200 ms, l'information est un « 1 » logique comme le montre la Figure 13.

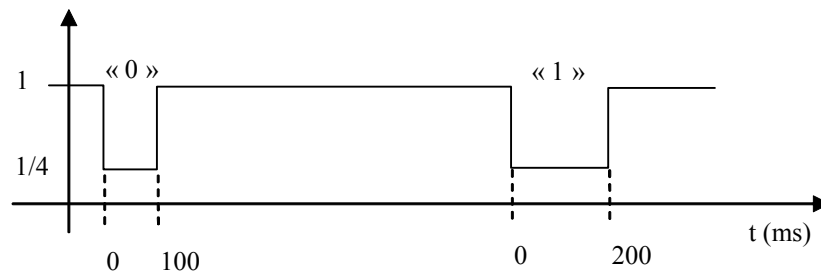


Figure 13 : Codage de l'information

Les bits d'informations sont ainsi collectés à raison d'un bit d'information par seconde et ce pendant une minute. A la 59<sup>e</sup> seconde, l'impulsion de codage est absente ce qui permet de synchroniser la minute et d'afficher l'heure collectée bit à bit la minute précédente. Chaque message dure donc une minute et contient l'heure de la minute suivante.

Le système de réception est constitué d'un récepteur superhétérodyne classique. L'oscillateur local est un quartz de montre à 32,766 kHz. La fréquence intermédiaire utilisée est 20,8 kHz.

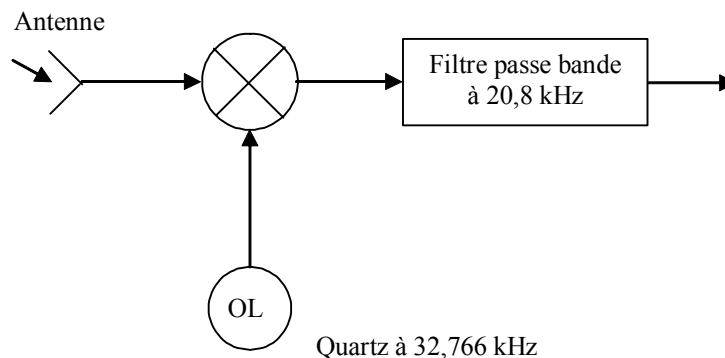
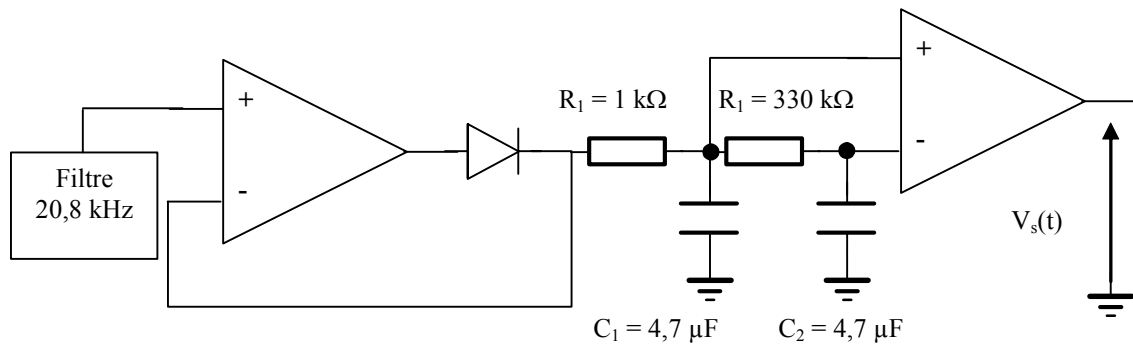


Figure 14 : Système de réception

1 – Expliquez comment on peut utiliser un quartz à 32,766 kHz pour démoduler. Faut-il rajouter un/des filtres sur le schéma de la Figure 14 ? Quelle doit être la bande passante maximale du filtre à 20,8 kHz ?

2 – Une fois transposée l'information à 20,8 kHz, il faut maintenant récupérer les bits à chaque seconde. C'est l'objet du schéma de la Figure 15 :



**Figure 15 : Récupération de l'information**

Expliquez le fonctionnement du circuit et justifiez chaque élément. On justifiera notamment les valeurs des résistances et des capacités. Qu'obtient-on à la sortie  $v_s(t)$  ? On pourra s'aider de chronogrammes ou de représentations spectrales du signal à différents points de la chaîne de traitement.

## Modulation-démodulation de fréquence et de phase

### Exercice 1 :

Un signal  $s(t)$  de fréquence 1 MHz est modulé en fréquence. L'onde modulante est une onde sinusoïdale d'amplitude  $A_{BF} = 2,5$  V et de fréquence  $f_{BF} = 500$  Hz. L'excursion de modulation est 5,5 kHz.

- 1 – Donner l'indice de modulation et la bande de fréquence occupée.
- 2 – Même question si cette fois-ci  $A_{BF} = 2,5$  V et  $f_{BF} = 1$  kHz.
- 3 – Même question si cette fois-ci  $A_{BF} = 7,5$  V et  $f_{BF} = 500$  Hz.
- 4 – Même question si cette fois-ci  $A_{BF} = 7,5$  V et  $f_{BF} = 1$  kHz.

### Exercice 2 :

Soit le signal modulé en fréquence suivant :  $s(t) = V_0 \cos\left(\omega_1 t + \frac{1}{2} \sin(\omega_2 t)\right)$ . On prendra  $V_0 = 1$  V ,  $\omega_1 = 10^7$  rad/s et  $\omega_2 = 10^4$  rad/s.

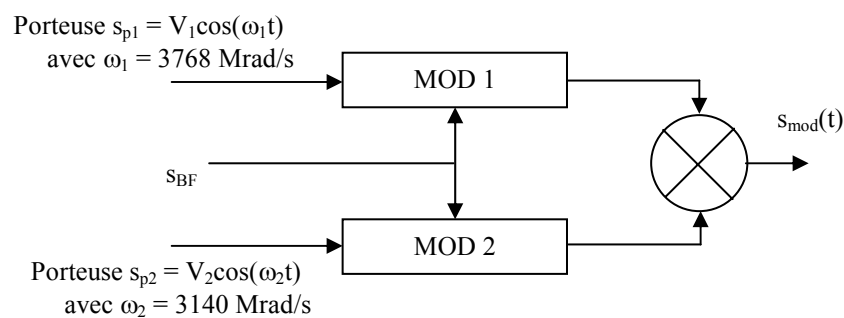
- 1 – Donner la fréquence de la porteuse, la fréquence modulante, l'excursion en fréquence, l'indice de modulation et l'encombrement spectral.
- 2 – Représenter l'allure du spectre  $S(F)$  de  $s(t)$ . Donner la bande de fréquence occupée par  $S(F)$ .

### Exercice 3 : Modulation indirecte

Souvent pour des modulations de fréquence ou de phase, l'indice de modulation est obligatoirement faible pour respecter des plages de linéarité de certains composants. L'avantage est que la synthèse et les calculs sont plus simples. Mais il est parfois intéressant d'avoir des indices de modulation fort, il est alors nécessaire de faire appel à des modulateurs dits indirects.

On veut moduler un signal en fréquence. La fréquence porteuse doit être de 100 MHz, et l'excursion  $\pm 10$  MHz.

On dispose d'un modulateur très performant (appelé MOD dans le schéma) dont la linéarité impose une excursion maximale de 1% ce qui ne peut satisfaire les conditions précédentes. Montrez que le schéma de la Figure 1 permet d'obtenir les performances désirées.



**Figure 1 : Modulateur indirect**

## Annexe – Fonctions de Bessel

Fonctions de Bessel du premier ordre :

$$J_n(m) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2^{2i+n} i!(n+i)!} m^{2i+n}$$

$$J_n(m) = \left(\frac{m}{2}\right)^n \left[ \frac{1}{n!} - \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^2}{1!(n+1)!} + \frac{\left(\frac{m}{2}\right)^4}{2!(n+2)!} - \dots \right]$$

$$J_{-n}(m) = (-1)^n J_n(m)$$

$$\cos(m \sin \omega_m t) = J_0(m) + 2J_2(m) \cos(2\omega_m t) + 2J_4(m) \cos(4\omega_m t) + \dots$$

$$\sin(m \sin \omega_m t) = 2J_1(m) \sin(\omega_m t) + 2J_3(m) \sin(3\omega_m t) + \dots$$

